



О.Ю. Худякова

# МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ

ПРОГРАММА КУРСА  
ПРАКТИЧЕСКИЕ И ПОИСКОВЫЕ ЗАДАНИЯ

Для бакалавров по направлению подготовки  
«Экономика»

Москва  
Издательство МИЭП  
2012

Автор-составитель: канд. техн. наук, проф. О.Ю. Худякова

Ответственный за выпуск: проректор по научной и научно-методической работе, канд. экон. наук, проф. М.В. Гладкова

**Методы оптимальных решений:** Программа курса. Практические и поисковые задания / Автор-составитель О.Ю. Худякова. – М.: МИЭП, 2012. – 24 с.

Курс разработан в соответствии с ФГОС ВПО и применяемой в МИЭП технологией проблемно-поискового образования. Для бакалавров по направлению подготовки «Экономика».

© Международный институт экономики и права, 2012

Практически все научные и технологические проблемы, стоящие перед человечеством, обладают важной объединяющей особенностью: они носят оптимизационный характер. В той или иной степени любую задачу из любой отрасли человеческой деятельности можно сформулировать как проблему оптимизации. Более того, биологическая жизнь сама по себе есть процесс оптимизации, направленный на адаптацию к постоянно меняющейся окружающей среде.

Современные оптимизационные задачи отличаются экстремально большим количеством варьируемых параметров, высокой степенью связности параметров задачи, сложной топографией пространства параметров, которая зачастую заранее неизвестна, непредсказуема и, к тому же, постоянно меняется во времени.

К настоящему времени для решения таких экстремальных по сложности задач разработан целый ряд оптимизационных методов, основанных на определенной гибридизации следующих двух основных оптимизационных стратегий: детерминистической и стохастической.

Основной целью поисковых и практических заданий (ППЗ) по дисциплине «Методы оптимальных решений» является формирование системы базовых теоретических знаний студентов по важному направлению, находящемуся на стыке экономики и прикладной математики – и закрепление навыков построения математических моделей и применения математических методов для анализа разнообразных экономических процессов в целях планирования и управления в условиях развивающихся рыночных отношений. Эта часть пособия содержит как базовые разделы, для усвоения которых необходимы знания по математике и статистике, так и более трудный для восприятия материал, усвоение которого, тем не менее, обязательно в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования (стандартами третьего поколения). Сложность комплекса заданий требует от студентов систематической серьезной работы по освоению курса и отработке соответствующих практических навыков. Выполнение представленных в настоящем пособии заданий позволит студенту освоить этот важный для экономиста предмет.

Пособие включает блоки заданий (модули), которые следует выполнить и сдать преподавателю. При выполнении заданий по каждой теме обучающийся должен проставить вместо резервированных буквенных параметров индивидуальные характеристики:

$p_1$  – число букв в полном имени обучающегося;

$p_2$  – число букв в полном имени отца обучающегося;

$p_3$  – число букв в фамилии обучающегося.

При отсутствии характеристик соответствующее значение параметра следует принимать равным 1.

---

# ПРОГРАММА КУРСА

---

## **Тема 1. Формализация проблем управления в экономике**

Математическое описание экономических объектов. Управляемые и прогнозные модели. Оператор планирования и оператор функционирования. Стандартная форма описания схем экономического управления. Планирование и оперативное управление.

## **Тема 2. Математическое программирование**

Общие положения, основные понятия. Линии постоянного уровня, максимумы, минимумы и точки перевала. Внутренние, граничные, локальные и глобальные максимумы и минимумы. Критерий Сильвестра.

## **Тема 3. Поиск экстремумов функции нескольких переменных**

Условные экстремумы функций нескольких переменных, уравнения связей. Решение методом исключения зависимых переменных при помощи дополнительных условий. Метод неопределенных множителей Лагранжа.

## **Тема 4. Линейное и целочисленное программирование**

Общая задача оптимизации и линейное программирование. ЗЛП и ее свойства. Виды ЗЛП. Графический и симплекс-метод решения ЗЛП. Двойственные задачи. Метод искусственного базиса. Транспортные задачи. Метод минимальной стоимости и метод потенциалов

## **Тема 5. Оптимизация динамических систем**

Динамические задачи оптимизации. Многошаговые и непрерывные динамические модели. Понятия управления и состояния в динамических моделях. Метод динамического программирования Беллмана для дискретных процессов оптимального управления. Общая схема. Решение статистических задач распределения ресурсов. Задача управления запасами. Уравнение Беллмана и принцип максимума Понтрягина.

## **Тема 6. Вероятностное планирование**

Общие положения вероятностного планирования. Априорная информация о возмущениях. Схема управления. Оптимизация в среднем. Вероятностно-гарантирующий подход к планированию. Вероятностно-гарантирующие решения дискретных задач с конечным множеством воз-

мущений и планов. Универсальная формулировка задачи. Жесткие и нежесткие ограничения на управление. Характер сходимости вероятностного решения к гарантирующему

### **Тема 7. Игровое управление и матричные игры**

Стратегии игры. Матричные игры. Верхняя и нижняя цена игры. Седловая точка. Оптимальная стратегия. Игры с природой. Классические критерии принятия решений в условиях неопределенности. Кооперативные игры.

### **Тема 8. Плоские графы и сетевое планирование**

Способы задания графа. Изоморфизм графов. Связность графа. Плоский граф. Ребра и грани графа. Эйлеров путь, цикл, граф. Гамильтонов путь и гамильтонов граф. Орграф. Сетевые графики как динамическая модель производственного процесса. Метод критического пути. Сети Петри.

### **Тема 9. Системы массового обслуживания**

Марковские процессы. Матрица переходных вероятностей. Задачи анализа замкнутых и разомкнутых цепей массового обслуживания. Нахождение стационарных вероятностей.

### **Тема 10. Метод многокритериальной оптимизации**

Прямые методы оптимизации решений при многих критериях. Метод аналитической иерархии для решения многокритериальной задачи. Эффективность по Парето. Метод обобщенного критерия. Метод последовательных уступок и метод идеальной точки.

### **Тема 11. Методы обработки групповых мнений**

Метод сбора данных (опроса). Обработка результатов опроса. Построение и анализ результатов. Модели коллективного принятия решений. Экспертные оценки.

### Основная литература

1. *Босс В.* Лекции по математике: Оптимизация. Т. 7. – М.: Либроком, 2010.
2. *Галеев Э.М.* Оптимизация: теория, примеры, задачи. – М.: Либроком, 2012.
3. *Лагоша Б.А., Апалькова Т.Г.* Оптимальное управление в экономике: теория и приложения: Учеб. пособие. – М.: Финансы и статистика, 2008.
4. *Соколов А.В., Токарев В.В.* Методы оптимальных решений. Т. 1-2. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010.
5. *Шимко П.Д.* Оптимальное управление экономическими системами: Учеб. пособие. – М.: Инжэкон, 2011.
6. *Юдин Д.Б., Юдин А.Д.* Экстремальные модели в экономике. – М.: Либроком, 2010.

### Дополнительная литература

7. *Александр И.Я.* Устойчивые экономико-математические методы и модели. – М.: Книга по Требованию, 2011.
8. *Балдин К.В., Брызгалов Н.А., Рукосуев А.В.* Математическое программирование: Учебник (Гриф МО). – М.: Дашков и К, 2012.
9. *Габасов Р., Кириллова Ф.М.* Методы линейного программирования. Ч. 1-3. – М.: Либроком, 2010.
10. *Давыдов Е.Г.* Элементы исследования операций: Учеб. пособие для вузов / Е.Г. Давыдов. – М.: КноРус, 2010.
11. *Дубина И.Н.* Основы теории экономических игр: Учеб. пособие для вузов / И.Н. Дубина. – М.: КноРус, 2010.
12. *Емеличев В.А., Мельников О.И., Сарванов В.И., Тышкевич Р.И.* Лекции по теории графов. – М.: Либроком, 2009.
13. *Жуковский В.И.* Кооперативные игры при неопределенности и их приложения. – М.: Либроком, 2010.
14. *Ивченко Г.И., Каштанов В.А., Коваленко И.Н.* Теория массового обслуживания. – М.: Высшая школа, 2012.
15. *Колесник Г.В.* Теория игр. – М.: Либроком, 2012.
16. *Ларионова И.А., Скрябин О.О., Федоров Л.А., Караваев Е.П.* Управление производством. Сетевое планирование. – М.: МИСиС, 2009.
17. *Магарил-Ильяев Г.Г., Тихомиров В.М.* Выпуклый анализ и его приложения. – М.: Либроком, 2011.
18. *Минько Э.В., Минько А.Э.* Методы прогнозирования и исследования операций: Учеб. пособие для вузов. – М.: Финансы и статистика, 2010.
19. *Оуэн Г.* Теория игр / Пер. с англ. – М.: Либроком, 2010.
20. *Попов А.М.* Экономико-математические методы и модели: Учебник для бакалавров. – М.: Юрайт, 2012.
21. *Савиных В.Н.* Математическое моделирование производственного и финансового менеджмента: Учеб. пособие для вузов / В.Н. Савиных. – М.: КноРус, 2009.

22. Софиева Ю.Н., Цирлин А.М. Условная оптимизация. – М.: Либроком, 2012.
23. Степанов В.И. Экономико-математическое моделирование: Учеб. пособие для вузов / В.И. Степанов, А.Ф. Терпугов. – М.: Академия, 2009.
24. Федосеев В.В. Экономико-математические модели и прогнозирование рынка труда: Учеб. пособие для вузов / В.В. Федосеев. – 2-е изд., доп. и испр. – М.: Вузовский учебник, 2010.
25. Харари Ф. Теория графов / Пер. с англ. – М.: Либроком, 2009.
26. Ширяев В.И., Ширяев Е.В. Принятие решений: Динамические задачи. Управление фирмой. – М.: Либроком, 2009.
27. Ширяев В.И., Ширяев Е.В. Принятие решений: математические основы. Статистические задачи. – М.: Либроком, 2009.
28. Экономико-математические методы и модели: задачник: Учеб.-практ. пособие для вузов / Под ред. С.И. Макарова, С.А. Севастьяновой. – 2-е изд., перераб. – М.: КноРус, 2009.
29. Юденков А.В. Математическое программирование в экономике: Учеб. пособие для вузов / А.В. Юденков, М.И. Дли, В.В. Круглов. – М.: Финансы и статистика, 2010.

#### **Адреса сайтов в Интернете**

- <http://www.matbuuro.ru> (Учебники и учебные материалы по математическому программированию, исследованию операций в экономике)
- <http://ecsosman.hse.ru> (Федеральный образовательный портал «Экономика. Социология. Менеджмент»)
- [www.alleng.ru/d/econ/econ319.htm](http://www.alleng.ru/d/econ/econ319.htm) (Математические методы исследования операций в экономике: Грызина Н.Ю., Мастяева И.Н., Семенихина О.Н. 2008)
- <http://www.initkms.ru/bibl> (Математика. Экономико-математические методы. Логинов В.Н.)
- [http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book\\_2/1.php](http://matlab.exponenta.ru/optimiz/book_2/1.php) (Характеристика методов решения задач оптимизации)
- <http://b-i.narod.ru/sys.htm> (Основы теории принятия решений)
- [http://old.ulstu.ru/people/sosnin/umk/decisions\\_support/metod/model.htm](http://old.ulstu.ru/people/sosnin/umk/decisions_support/metod/model.htm) (Методы принятия управленческих решений)

# ПРАКТИЧЕСКИЕ И ПОИСКОВЫЕ ЗАДАНИЯ

## Тема 1. Формализация проблем управления в экономике

Любая экономическая система, даже относительно малая по масштабу, представляет собой сложную систему, в которой взаимодействует множество технических, экономических и социальных процессов, постоянно изменяющихся под воздействием внешних условий. В этих условиях управление системой превращается в проблему, решение которой требует использования научного аппарата системного анализа, одним из эффективнейших методов которого является экономико-математическое моделирование.

Прежде всего, математические методы позволяют решать производственные задачи и проблемы, поддающиеся полной формализации, т.е. полному описанию взаимосвязей и взаимозависимостей их факторов, условий и результатов, например, определение объема и структуры выпускаемой продукции при данных ресурсах производства, распределение маршрутов поставки продукции или внутризаводского транспорта, раскрой материала и др.

Формализация на эвристической основе, использующая интуитивно-логические заключения, применяется для решения производственных задач и проблем, которые не поддаются полной формализации. Здесь используются в основном неформальные умозаключения.

**1. Приведите примеры математического описания экономических объектов.**

**2. Проанализируйте и сравните управляемые и прогнозные модели с точки зрения математического моделирования.**

**3. В чем, на Ваш взгляд, качественный смысл понятий операторов планирования и операторов функционирования.**

**4. Укажите, в чем сущность стандартной формы описания схем экономического управления.**

**5. Данные опроса восьми групп семей о расходах на продукты питания в зависимости от уровня доходов семьи приведены в таблице 1:**

Таблица 1

**Относительные данные в расчете на 100 руб. дохода и расхода**

Доходы семьи	$1,4+0,2 \cdot p_1$	$3,3+0,2 \cdot p_1$	$5,5+0,2 \cdot p_1$	$7,6+0,2 \cdot p_1$	$9,8+0,2 \cdot p_1$	$12+0,2 \cdot p_1$	$14,7+0,2 \cdot p_1$	$18,9+0,2 \cdot p_1$
Расходы на продукты питания	$1,1+0,1 \cdot p_2$	$1,4+0,1 \cdot p_2$	$2+0,1 \cdot p_2$	$2,4+0,1 \cdot p_2$	$2,8+0,1 \cdot p_2$	$3,1+0,1 \cdot p_2$	$3,5+0,1 \cdot p_2$	$4,0+0,1 \cdot p_2$



**Требуется:**

- *представить данные таблицы графически;*
- *выдвинуть гипотезу о виде функции зависимости расходов на питание от дохода семьи;*
- *рассчитать параметры модели регрессии и оценить качество построенного уравнения;*
- *найти коэффициент корреляции и коэффициент детерминации и пояснить их экономический смысл;*
- *рассчитать теоретические значения расходов на питание по модели и построить графики фактических и расчетных данных.*

**6. Результаты обследования десяти статистически однородных филиалов фирмы приведены в таблице 2 (цифры условные):**

Т а б л и ц а 2

№ филиала	Производительность труда ( $y$ )	Фондовооруженность ( $x_1$ )	Энерговооруженность ( $x_2$ )
1	74	$23+p_1$	$46+p_3$
2	84	$24+p_1$	$48+p_3$
3	73	$26+p_1$	$57+p_3$
4	93	$25+p_1$	$60+p_3$
5	56	$23+p_1$	$63+p_3$
6	71	$27+p_1$	$67+p_3$
7	117	$29+p_1$	$68+p_3$
8	111	$32+p_1$	$89+p_3$
9	135	$33+p_1$	$83+p_3$
10	125	$34+p_1$	$86+p_3$

**Требуется:**

- *представить данные таблицы графически;*
- *выдвинуть гипотезы о виде функции зависимости производительности труда от фондо- и энерговооруженности производства;*
- *построить модель множественной линейной регрессии производительности труда от факторов фондо- и энерговооруженности;*
- *оценить адекватность построенного уравнения;*
- *найти коэффициенты парной корреляции и совокупный коэффициент детерминации и охарактеризовать степень совместного влияния факторов на производительность труда;*
- *рассчитать теоретические значения производительности труда по модели и построить графики фактических и расчетных данных.*

 Литература: 3, 5, 16, 21.

## Тема 2. Математическое программирование

Значительное число задач, возникающих в обществе, связано с управляемыми явлениями, т.е. с явлениями, регулируемые на основе сознательно принимаемых решений. При том ограниченном объеме информа-

ции, который был доступен на ранних этапах развития общества, принималось оптимальное в некотором смысле решение на основе интуиции и опыта, а затем, с возрастанием объема информации об изучаемом явлении, – с помощью ряда прямых расчетов.

Совершенно иная картина возникает на современном промышленном предприятии с многосерийным и многономенклатурным производством, когда объем входной информации столь велик, что его обработка с целью принятия определенного решения невозможна без применения современных электронных вычислительных машин. Еще большие трудности возникают в связи с задачей о принятии наилучшего решения. Задачи математического программирования находят применение в тех областях человеческой деятельности, где необходим выбор одного из возможных образов действий (программ действий).

**1. Изучите основные понятия раздела «Математическое программирование», сравните их между собой, дайте им характеристику.**

**2. Приведите классификацию задач математического программирования.**

**3. Охарактеризуйте линии постоянного уровня основных экономических функций.**

**4. Поясните, в чем состоит смысл критерия Сильвестра и его область применения.**


**5. Укажите, какие производственные проблемы предприятия можно было бы решить, используя математическое программирование.**

**6. Найдите и изобразите в декартовой системе координат области выпуклости и вогнутости функции  $f(x, y) = (x-1)^3 - 6xy + y^3$ . Выпуклы ли построенные области?**

**7. Задачу нелинейного программирования**

$$-(x_1 - 4)^2 - x_2^2 \Rightarrow \max \text{ при } \begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

**приведите к стандартному виду. Изобразите допустимое множество и линии уровня целевой функции; решите задачу графически. Проверьте, выполняются ли условия теоремы Вейерштрасса о существовании решения. На рисунке проверьте выполнение условий Куна-Таккера в угловых точках допустимого множества (т.е. в точках, в которых число активных ограничений не меньше числа переменных) и в точках касания линии уровня целевой функции с границами допустимой области. Найдите точки, в которых условия Куна-Таккера выполняются, и определите, какие из ограничений являются активными в таких точках. Сделайте обоснованный вывод о наличии или отсутствии локального (глобального) максимума во всех рассмотренных точках.**

 Литература: 1, 2, 8, 18, 24, 29.

### Тема 3. Поиск экстремумов функции нескольких переменных

Многие экономические, социологические, технические и другие процессы моделируются функцией или несколькими функциями, зависящими от переменных – факторов, влияющих на состояние моделируемого явления. Для определения оптимального (рационального) состояния, управления процессом чаще всего требуется найти экстремумы таких функций. Так, в экономике часто решаются задачи минимизации издержек производства, максимизации прибыли, оптимального распределения средств или ресурсов.

**1. Определите такие целевые экономические функции Вашего предприятия, как функции издержек производства, прибыли, рентабельности, распределения материальных и финансовых ресурсов в зависимости от трех-четырех основных факторов.**

**2. Каков алгоритм поиска условного экстремума функции нескольких переменных?**

**3. Укажите особенности способа нахождения условного экстремума методом исключения зависимых переменных при помощи дополнительных условий.**


**4. Охарактеризуйте метод неопределенных коэффициентов Лагранжа с точки зрения сложности и времени вычислений.**

5. Пусть производственная функция есть функция Кобба-Дугласа. Чтобы увеличить выпуск продукции на  $a = 3\%$ , надо увеличить основные фонды на  $b = p_1\%$  или численность работников на  $c = p_2\%$ . В настоящее время один работник за месяц производит продукции на  $M = 10^4$  руб., а всего работников  $L = 1000$ . Основные фонды оцениваются в  $K = 10^8$  руб. **Найдите производственную функцию.**

**6. Найдите точки условного экстремума и экстремальные значения функции  $z = 3x^2 - y^2$  при условии  $4x + 2y = 5$ .**

**7. Найдите точки условного экстремума и экстремальные значения функции  $u = 2x^2 + 5y^2 + 3z^2$  при условии**

$$\begin{cases} 2x - y + 4z = 7 \\ 3x - 2y + 6z = 8 \end{cases}$$

 Литература: 1, 4, 6, 17, 20, 22.

### Тема 4. Линейное и целочисленное программирование

Необходимым условием использования оптимального подхода к планированию и управлению (принципа оптимальности) является гибкость, альтернативность производственно-хозяйственных ситуаций, в условиях которых приходится принимать планово-управленческие решения. Именно такие ситуации, как правило, и составляют повседневную практику хозяй-

ствующего субъекта (выбор производственной программы, прикрепление к поставщикам, маршрутизация, раскрой материалов, приготовление смесей и т.д.).

Суть принципа оптимальности состоит в стремлении выбрать такое плано-управленческое решение  $X$ , которое наилучшим образом учитывало бы внутренние возможности и внешние условия производственной деятельности хозяйствующего субъекта. Слова «наилучшим образом» здесь означают выбор некоторого критерия оптимальности, т.е. некоторого экономического показателя, позволяющего сравнивать эффективность тех или иных плано-управленческих решений. Традиционными критериями оптимальности являются: «максимум прибыли», «минимум затрат», «максимум рентабельности» и др.

**1. Охарактеризуйте экономические проблемы большого производства, решаемые как задачи линейного программирования.**

**2. Изучите графический метод решения задачи линейного программирования и дайте ему исчерпывающую характеристику.**

**3. Представьте процесс распределения товаров для продажи с трех складов в пять магазинов как модель транспортной задачи.**

**4. Сравните три метода получения начального опорного решения: метод минимальной стоимости, метод северо-западного угла и метод Фогеля.**

**5. Каковы особенности метода минимальной стоимости?**

**6. Раскройте основные положения метода потенциалов.**

7. Фирма «Русский чайный дом» производит и продает две марки чая – «Боярский» и «Купеческий». Для их изготовления используются одни и те же сорта чая в разных пропорциях, указанных в таблице 3. В этой таблице указаны дневные нормы запасы ингредиентов:

Т а б л и ц а 3

Ингредиент	Сорт чая		Запас на день, кг
	«Боярский»	«Купеческий»	
Цейлонский	0,6	0,3	$5 \cdot p_1$
Индийский	0,3	0,2	46
Грузинский	0,1	0,5	$6 \cdot p_2$

**Составьте дневной план выпуска продукции, при котором прибыль фирмы будет максимальной, если прибыль от реализации 1 кг «Боярского» чая составляет 18 у.е., а от реализации «Купеческого» –  $(10+p_3)$  у.е.**

8. Два торговых склада поставляют продукцию в четыре магазина. Издержки транспортировки продукции с торговых складов в магазины, наличие продукции на складах и потребности магазинов приведены в таблице 4:

Т а б л и ц а 4

Торговый склад	Транспортные издержки (у. е. за ед.) Магазин				Предложение продукции (ед.)
	G	H	I	J	
1	4	3	5	P <sub>2</sub>	100
2	P <sub>1</sub>	2	4	P <sub>3</sub>	200
Потребность в продукции (ед.)	50	100	75	75	

**Найдите распределение перевозок, позволяющее свести к минимуму общие транспортные издержки.**

 Литература: 3, 4, 7–9, 23.

### Тема 5. Оптимизация динамических систем

Динамическое программирование представляет собой раздел математического программирования, в котором изучаются задачи, формулирующиеся как многошаговые процессы решения или такие задачи, которые могут быть сведены к ним. Решение таких задач распадается на отдельные этапы, в результате чего одна большая задача со многими переменными заменяется рядом последовательно решаемых задач с существенно меньшим числом переменных.

Оптимизация этого многошагового процесса проводится на основе сформулированного Р. Беллманом принципа оптимальности. Оптимальное поведение обладает тем свойством, что каковы бы ни были первоначальное состояние и первоначальное управление, последующее управление должно быть оптимальным относительно состояния, полученного в результате первоначального управления.

**1. Сравните многошаговые и непрерывные динамические модели с точки зрения простоты решения.**

**2. Охарактеризуйте управление и состояния в динамической модели вложения средств в несколько подразделений Вашего производства.**

**3. Приведите общую схему решения задачи динамического программирования.**

**4. Разъясните смысл принципа оптимальности Беллмана.**

5. Концерн, состоящий из четырех крупных предприятий машиностроения решил выделить на их реконструкцию 500000 \$. Эффективность функционирования каждого из предприятий после их реконструкции представлена функциями и определена в таблице 5:

Т а б л и ц а 5


	0	100	200	300	400	500
$g_1(x_i)$	0	30	33	35	39	40+p <sub>1</sub>
$g_2(x_i)$	0	32	34	38	42	40+p <sub>2</sub>
$g_3(x_i)$	0	19	27	33	40	45
$g_4(x_i)$	0	28	31	33	37	40+p <sub>3</sub>

*Необходимо распределить капиталовложения между предприятиями таким образом, чтобы эффективность работы всех предприятий была максимальной.*

*6. Распределите оптимальным образом денежные средства инвестора величиной  $X$  между четырьмя предприятиями. От выделенной суммы зависит прирост выпуска продукции на предприятиях, значения которых приведены в таблице 6:*

Т а б л и ц а 6

Денежные средства, $X$	Прирост выпуска продукции на предприятиях			
	I	II	III	IV
20	$p_1$	11	13	12
40	17	33	29	35
60	28	$40+p_2$	38	40
80	38	51	49	54
100	46	68	$55+p_3$	73
120	68	80	81	$85+p_2$

 Литература: 1–4, 18, 20, 26.

## Тема 6. Вероятностное планирование

Практически каждая экономическая организация, осуществляя общее планирование своей деятельности, сталкивается с неопределенностью результатов. Однако степень неопределенности может варьироваться в зависимости от уровня экономического развития, исторического периода и других факторов. Вероятностный подход с целью оптимизации производственной деятельности успешно применяют к управлению любыми производственными процессами, носящими случайный или стохастический характер.

*1. Каковы основные положения вероятностного подхода к планированию?*

*2. Попробуйте самостоятельно уточнить смысл оптимизации в среднем на примере какого-либо предприятия (на Ваш выбор). Какие выводы Вами получены?*

*3. Охарактеризуйте понятие вероятностно-гарантирующего решения задачи.*

*4. Инвестор имеет 10 млн. руб. для покупки акций либо химической, либо пивоваренной компании. Его брокер привел следующие данные о вероятной отдаче денег в последующие 12 мес. (см. таблицу 7).*

Т а б л и ц а 7

Вероятная годовая прибыль	-2000	-1000	0	1000	2000	3000	4000
Химическая компания	$0,01 \cdot p_1$	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	$0,1-0,01 \cdot p_1$
Пивоваренная компания	$0,01 \cdot p_2$	0,2	0,3	0,2	0,1	0,1	$0,1-0,01 \cdot p_2$

**Каков ожидаемый годовой результат вложения денег: а) в химическую компанию; б) в пивоварню; в) куда выгоднее инвестору вкладывать деньги?**

5. Рассматривается проблема закупки угля для обогрева дома зимой. Имеются следующие данные о количестве и ценах угля, необходимого зимой для отопления дома (см. таблицу 8):


Т а б л и ц а 8

<i>Зима</i>	<i>Количество угля, т</i>	<i>Средняя цена за 1 т, ф.ст.</i>
Мягкая	$P_1$	$P_2$
Обычная	$P_1+1$	$0,5+p_2$
Холодная	$P_1+2$	$1+p_2$

Эти цены относятся к покупкам угля зимой. Летом цена угля 6 ф.ст. за 1 т. Известно, что имеется место для хранения запаса угля до  $p_2$  т.

**Определите, сколько угля требуется закупить летом. Предполагается, что весь уголь, который сохранится до конца зимы, в лето пропадет.**

**Решите задачу при условии, что вероятности зим: мягкой –  $0,05 \cdot p_3$ ; обычной –  $(1-0,1 \cdot p_3)$ ; холодной –  $0,05 \cdot p_3$ .**

 Литература: 3, 5, 10, 21, 28.

## **Тема 7. Игровое управление и матричные игры**

На промышленных предприятиях теория игр применяется для выбора оптимальных управленческих решений, при создании рациональных запасов сырья, материалов, полуфабрикатов, когда противоборствуют две тенденции: увеличения запасов, гарантирующих бесперебойную работу производства, и сокращения запасов в целях минимизации затрат на их хранение. В сельском хозяйстве теория игр применяется при решении таких экономических задач, как выбор для посева одной из возможных культур, урожай которых зависит от погоды, если известны цена единицы той или иной культуры и средняя урожайность каждой культуры в зависимости от погоды; в этом случае одним из игроков выступает сельскохозяйственное предприятие, стремящееся обеспечить наибольший доход, а другим – природа.

**1. Проведите небольшое исследование по определению возможностей применения теории игрового управления на каком-либо предприятии (на Ваш выбор). Изложите полученные выводы и дайте необходимые рекомендации.**

**2. Каковы особенности решения задач с помощью матричных игр?**

**3. Раскройте смысл понятия оптимальной стратегии с точки зрения работника, мастера, начальника цеха, руководителя предприятия.**

**4. Каковы классические критерии принятия решений в условиях неопределенности?**

5. Продавец сувениров обнаружил, что объемы продаж в июле очень сильно зависят от погоды. Однако сувениры он должен заказывать еще в январе. Оптовый продавец сувениров поставляет продукцию малыми, средними и большими партиями, причем оптовая цена сувениров в этих партиях различна. Таблица 9 показывает денежные платежи для этой ситуации;

Т а б л и ц а 9

Решение	Состояния природы			
	Холодно	Прохладно	Тепло	Жарко
Малая партия	0	1000	$200 \cdot p_1$	3000
Средняя партия	-1000	0	$300 \cdot p_2$	6000
Большая партия	-3000	-1000	4000	$800 \cdot p_3$

**Используя критерий Лапласа, максиминный критерий Вальда, критерий пессимизма-оптимизма Гурвица и критерий минимальных сожалений Сэвиджа, определите, какую партию сувениров требуется заказать продавцу в январе.**

6. Швейное предприятие, выпускающее детские платья и костюмы, реализует свою продукцию через фирменный магазин. Сбыт продукции зависит от состояния погоды. По данным прошлых наблюдений предприятие в течение апреля-мая в условиях теплой погоды может реализовать 600 костюмов и  $300 \cdot p_1$  платьев, а при прохладной погоде – 1000 костюмов и  $25 \cdot p_3$  платьев. Известно, что затраты на единицу продукции в течение указанных месяцев составили для костюмов 570 руб., для платьев 280 руб., а цена реализации равна соответственно 1200 руб. и 700 руб. Задача заключается в максимизации средней величины прибыли от реализации выпущенной продукции с учетом неопределенности погоды в рассматриваемые месяцы.

**Определите оптимальную стратегию предприятия, обеспечивающую при любой погоде определенный средний доход.**

*Литература: 4, 11, 13, 15, 19, 24.*

## **Тема 8. Плоские графы и сетевое планирование**

Метод сетевого планирования и управления заключается в моделировании сложного процесса при помощи так называемого сетевого графика. Этот метод позволяет осуществлять координацию большого числа взаимосвязанных работ различного профиля, т.е. осуществлять системный подход к вопросу планирования и управления процессом разработки новой сложной системы. Такой процесс рассматривается как единый, неразрывный процесс взаимосвязанных операций, направленных на достижение конеч-



ной цели, а коллективы исполнителей, участвующие в этом сложном процессе, – как звенья единой сложной системы.

Использование в качестве математической модели сетевого графика, построенного на основе представления процесса проектирования и создания нового сложного объекта, дает возможность получить логико-математическое описание процесса создания нового объекта и алгоритмизировать расчет основных временных характеристик этого вопроса. Система сетевого планирования дает возможность определить потребность в производственных ресурсах (материалах, оборудовании, рабочей силе) по состоянию на любой момент времени; позволяет получать оперативную информацию по всем этапам разработки с указанием их возможного влияния на ход выполнения всей программы в целом. Система позволяет также заранее предусмотреть возможность срыва на том или ином участке разработки, а также получить сведения о влиянии вносимых в проект изменений на окончательные сроки разработки.

**1. Изучите основные способы задания графов и дайте им исчерпывающую характеристику.**

**2. Укажите сферу применения плоских графов.**

**3. Применяя основные понятия сетевого планирования и управления, постройте сетевую модель производственного цикла какого-либо предприятия (на Ваш выбор).**

**4. Охарактеризуйте сущность метода критического пути для выбранного Вами предприятия.**

**5. Постройте сетевую модель организации хора при свечах, используя данные таблицы 10:**

Т а б л и ц а 1 0

<i>Название</i>	<i>Содержание работы</i>	<i>Продолжительность, ед. времени</i>
A	Выбор музыкального произведения	21
B	Разучивание музыки	$p_1 * p_2$
C	Размножение нотных партий	14
D	Репетиции хора	70
E	Получение канделябров в прокат	$p_1 * p_3$
F	Закупка свечей	1
G	Установка канделябров со свечами	1
I	Закупка декораций	1
J	Установка декораций	1
K	Заказ и пошив костюмов для хора	$p_2 + p_3$
L	Отглаживание костюмов	7
M	Проверка системы усиления звука	7
N	Генеральная репетиция хора	1
O	Банкет	1
P	Проведение концерта	1


**6. Постройте сетевой график проекта, который отражает последовательность выполнения работ (см. таблицу 11):**

Т а б л и ц а 1 1

Операция	Непосредственно предшествующие операции	Длительность выполнения работ		
		оптимистическая	ожидаемая	пессимистическая
А. Установка компьютеров	-	1	1,5	3
В. Протяжка сети	-	2	3	5
С. Настройка сети	А, В	3	4	$P_2+1$
Д. Установка программного обеспечения	С	1	1,5	2
Е. Разработка регламента использования программного обеспечения	-	4	$P_1$	$p_1+1$
Ф. Обучение пользователей	Д, Е	3	5	$P_3+2$

**Определите:**

- 1) критический путь,
- 2) временные характеристики сетевого графика,
- 3) резервы времени,
- 4) время выполнения всего проекта.

 Литература: 2–5, 10, 12, 16, 23, 25.

## **Тема 9. Системы массового обслуживания**

Методами теории массового обслуживания могут быть решены многие задачи исследования процессов, происходящих в экономике. Так, в организации торговли эти методы позволяют определить оптимальное количество торговых точек данного профиля, численность продавцов, частоту завоза товаров и другие параметры. Другим характерным примером систем массового обслуживания могут служить склады или базы снабженческо-сбытовых организаций, и задача теории массового обслуживания в данном случае сводится к тому, чтобы установить оптимальное соотношение между числом поступающих на базу требований на обслуживание и числом обслуживающих устройств, при котором суммарные расходы на обслуживание и убытки от простоя транспорта были бы минимальными. Теория массового обслуживания может найти применение и при расчете площади складских помещений, при этом складская площадь рассматривается как обслуживающее устройство, а прибытие транспортных средств под выгрузку – как требование. Модели теории массового обслуживания применяются также при решении ряда задач организации и нормирования труда, других социально-экономических проблем.

**1. Приведите примеры систем массового обслуживания, с которыми Вы сталкиваетесь ежедневно.**

**2. Раскройте смысл понятия матрицы переходных вероятностей. Постройте такую матрицу для случая 3 и 4 состояний.**

**3. Опишите систему характеристик основных видов систем массового обслуживания.**

**4. Определите, к какому виду системы массового обслуживания относится обслуживание водителя автомобиля на заправке.**

5. Ателье по ремонту бытовой техники имеет четырехканальную телефонную линию. Интенсивность потока входящих телефонных звонков составляет  $0,1 * p_1$  вызовов в минуту. Средняя продолжительность разговора сотрудника ателье с клиентами по телефону равна  $p_2$  минутам.

**Найдите:**

**1) вероятность того, что в телефонной линии занято ровно 3 канала.**

**2) вероятность того, что клиент не смог соединиться с ателье.**


**3) относительную пропускную способность СМО.**

**4) абсолютную пропускную способность СМО.**

**5) среднее число занятых каналов.**

6. Пусть в филиале X банка города N постоянно работают три оператора. Если клиент заходит в банк, когда все операторы заняты, то он сразу уходит, не ожидая обслуживания. Среднее число клиентов, обращающихся в банк за 1 ч, составляет 24 чел. Среднее время, затрачиваемое оператором на обслуживание одного клиента, составляет  $(2p_3 - p_1)$  мин.

**Каковы основные характеристики эффективности функционирования данного филиала банка в предельном режиме: а) вероятность того, что клиент получит отказ или будет обслужен; б) среднее число клиентов, обслуживаемых филиалом в течение 1 ч; в) среднее число занятых операторов?**

 Литература: 3, 4, 7, 10, 14, 28.

## **Тема 10. Метод многокритериальной оптимизации**

Результаты исследования задач планирования и управления показывают, что в реальной постановке эти задачи являются многокритериальными. Так, часто встречающееся выражение «достичь максимального эффекта при наименьших затратах» уже означает принятие решения при двух критериях. Оценка деятельности предприятий и планирования как системы принятия решений производится, как правило, на основе более десятка критериев: выполнение плана производства по объему, по номенклатуре, плана реализации, прибыли по показателям рентабельности, производительности труда и т. д.

1. Изучите понятие задачи многокритериальной оптимизации и раскройте особенности этой задачи, области ее применения, особенности ее формулировки и методы решения.

2. Укажите, какие критерии используются для оценки деятельности Вашего предприятия при подаче стандартной статистической отчетности.

3. В чем, на Ваш взгляд, заключается смысл определения эффективности по Парето?

4. Примените метод обобщенного критерия к описанию производственной задачи изготовления автомобиля.

5. Приведите основные положения метода последовательных уступок.

6. Математическая модель трехкритериальной задачи имеет вид:

$$Z_1=2x_1+x_2-3x_3 \rightarrow \max$$

$$Z_2=x_1+3x_2-2x_3 \rightarrow \min$$

$$Z_3=-x_1+2x_2+4x_3 \rightarrow \max$$

При ограничениях

$$x_1+3x_2+2x_3 \geq 1$$

$$2x_1-x_2+x_3 \leq 16$$

$$x_1+2x_2 \leq 24$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0.$$

Решите задачу методом последовательных уступок, выбрав уступку по первому критерию  $\Delta 1=4$ , а по второму  $\Delta 2=5$ .

7. Молочный комбинат, исследовав конъюнктуру местного рынка, решил выпускать новый вид йогурта, который был бы конкурентно способен. При этом, необходимо разработать план организации производства для выпуска данного продукта. Основными затратами на разработку являются затраты на модернизацию оборудования  $x$  и затраты на научные исследования  $y$ . При исследовании установлено, что себестоимость единицы продукции при этом будет зависеть от затрат как  $F_1(x, y) = p_1x + p_2y$ , а качество продукции как  $F_2 = p_3x + by$ . Из двух целевых функций основной считается цена (себестоимость продукции). По фактору «цена» можно сделать уступку 3 денежные единицы. Также на факторы накладываются дополнительные ограничения:

$$5x+4y \leq 60$$

$$2x+y \geq 8$$

$$0 \leq x \leq 6$$

$$y \geq 0$$

Решите двухкритериальную задачу: задачу минимизации себестоимости (цены) данного продукта и максимизации качества выпускаемой продукции.

 Литература: 2, 4–6, 27.

## Тема 11. Методы обработки групповых мнений


Существенным фактором повышения научного уровня управления является применение при подготовке решений математических методов и моделей. Однако, полная математическая формализация технико-экономических задач часто неосуществима вследствие их качественной новизны и сложности. В связи с этим все шире используются экспертные методы, под которыми понимают комплекс логических и математико-статистических методов и процедур, направленных на получение от специалистов информации, необходимой для подготовки и выбора рациональных решений.

Экспертные методы применяют в ситуациях, когда выбор, обоснование и оценка последствий решений не могут быть выполнены на основе точных расчетов. Такие ситуации нередко возникают при разработке современных проблем управления общественным производством и, особенно, при прогнозировании и долгосрочном планировании. В последние годы экспертные оценки находят широкое применение в социально-политическом и научно-техническом прогнозировании, в планировании народного хозяйства, отраслей, объединений, в разработке крупных научно-технических, экономических и социальных программ, в решении отдельных проблем управления.

1. *Раскройте сущность метода экспертных оценок.*
2. *Охарактеризуйте процесс обработки результатов опроса.*
3. *Сравните различные методы отбора экспертов, используемых на Вашем предприятии.*
4. *Приведите основные модели коллективного принятия решений, применяемые администрацией Вашей фирмы.*
5. *Произведите обработку экспертных данных и определите:*
  - а) *компетентность четырех экспертов (1-й эксперт – Э1, 2-й эксперт – Э2, 3-й и 4-й эксперты определяются по значению  $r_1$  и  $r_2$ . Например,  $r_1=5$ , значит 3-эксперт – Э5.) и обобщенную оценку пяти объектов;*
  - б) *обобщенную ранжировку объектов;*
  - в) *согласованность мнений экспертов;*
  - г) *зависимость между ранжировками экспертов при следующих исходных данных (см. таблицу 12):*

Т а б л и ц а 1 2

Объекты	Эксперты									
	Э1	Э2	Э3	Э4	Э5	Э6	Э7	Э8	Э9	Э10
O1	1	4,5	3	1,5	5	5	3,5	3	1,5	5
O2	4	2	4,5	4	3	1	5	4	1,5	2,5
O3	5	4,5	1	3	4	2,5	1	5	4	1
O4	2	2	2	1,5	1	2,5	2	1	3	4
O5	3	2	4,5	5	2	4	3,5	2	5	2,5

 Литература: 5, 21, 27.

---

## МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ППЗ

---

Поисковые и практические задания (ППЗ) предназначены для самостоятельной исследовательско-поисковой работы обучающегося и состоит из блоков, посвященных конкретным темам, в которых концентрируется наиболее значимый, наукоемкий программный материал данной учебной дисциплины.

Обучающийся должен выполнить в произвольном виде все задания без исключения (письменная работа по курсу не предусмотрена). По каждому вопросу необходимо иметь собственное мнение, подкрепленное знанием теории и литературных источников, включая новейшие издания и публикации. Для этого следует проработать, как минимум, все источники, рекомендованные в конце каждого тематического раздела. Свою позицию по предложенным вопросам обучающийся должен уметь отстаивать при собеседовании с преподавателем во время аттестации (экзамены и зачеты в МИЭП проводятся по заданиям ПТК или ППЗ).

Дополнительную консультацию по выполнению ППЗ можно получить у преподавателей дисциплины или в деканате.



Худякова Ольга Юрьевна

## **МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ**

Программа курса.  
Практические и поисковые задания

Редактор *В.И. Письменный*  
Макет, верстка *Т.А. Поверина*  
Корректор *Г.В. Платова*

Лицензия ИД № 00871 от 25.01.00. Подписано в печать 03.09.2012  
Формат 60×84 1/16. Усл. печ. л. 1,4. Изд. № 2390

Издательство МИЭП, типография МИЭП  
105082 Москва, Рубцовская наб., д. 3, стр. 1